

Zur Kritik des äquivalenten Rahmenmodells für Wandscheiben und Hochhauskerne

[52] Avramidis, I. E.

"Zur Kritik des äquivalenten Rahmenmodells für Wandscheiben und Hochhauskerne".
DIE BAUTECHNIK 68 (1991), H.8, S.275-285.

Στα ελληνικά (με ορισμένες βελτιώσεις):

[65] Αβραμίδης Ι. Ε.

"Κριτική του μοντέλου του ισοδύναμου πλαισίου για τοιχεία και πυρήνες πολυώροφων κτιρίων Ο/Σ".
Τεχνικά Χρονικά, Επιστημονική Περιοχή Α, τόμος 13. αρ. 3, 1993.

Zur Kritik des äquivalenten Rahmenmodells für Wandscheiben und Hochhauskerne

Herrn o. Professor Dr.-Ing. Gebhard Hees zur Vollendung des 65. Lebensjahres gewidmet

Zusammenfassung

In der Stahlbeton-Hochbaupraxis werden oft sowohl ebene als auch räumlich zusammengesetzte Wandscheiben (Kerne) durch geeignete äquivalente Rahmenmodelle ersetzt. Diese relativ einfache und leicht zu handhabende Modellierungsmethode liefert jedoch nur für regelmäßige ebene Wandscheiben und für hauptsächlich auf Biegung beanspruchte Kerne befriedigende Ergebnisse. Bei unregelmäßigen ebenen Wandscheiben und bei stark auf Torsion beanspruchten offenen und vor allem halboffenen und geschlossenen Kernen treten bei Verwendung des Rahmenmodells nicht mehr vertretbare Abweichungen in Kraft- und Verschiebungsgrößen auf.

Summary

Criticisme of the equivalent frame model for shearwalls and cores of high-rise reinforced concrete buildings. *The equivalent frame model is very often used in the analysis of planar shearwalls and non-planar shearwall assemblies and cores of high-rise reinforced concrete buildings. It provides a simple and fast line-member model that represents well the structural behaviour of regular shearwalls and also of cores mainly subjected to flexure. However, serious deficiencies in stresses and displacements occur when using the equivalent frame model for the analysis of irregular planar shearwalls as well as torsionally stressed cores with closed or partially closed cross section.*

1 Einleitung

Typische Aussteifungssysteme für Stahlbetonhochbauten, die Wind- und Erdbebenlasten zu widerstehen haben, bestehen aus miteinander gekoppelten Rahmen und Wandscheiben [1]. Durch die Kopplung dieser beiden Teilstrukturen kann nämlich ein für horizontale Lastwirkungen optimales Tragverhalten erreicht werden – nicht nur im elastischen, sondern bis tief in den inelastischen Beanspruchungsbereich hinein [2]. Sehr oft werden sogar Wandscheiben als Umfassungswände der vertikalen Ver- und Entsorgungswege (Treppenhäuser, Schächte etc.) angeordnet. Die dadurch gebildeten, räumlich zusammengesetzten Wandscheibensysteme, genannt Kerne, besitzen eine relativ hohe Biege- und Torsionssteifigkeit und können somit positiv zum Gesamtverhalten des Bauwerkes beitragen.

Zur Berechnung solcher hybrider Rahmen-Scheiben-Systeme können recht unterschiedliche Rechenmethoden herangezogen werden [3]. Im ersten Entwurfsstadium werden manchmal Näherungsmethoden verwendet, die auf dem auf Beck [4], Albigès-Goulet [5] und Rosman [6] zurückgehenden Kontinuumsmodell („kontinuierlichem Ersatzsystem“) basieren, da dadurch recht schnell ohne besonders hohen Aufwand und meist mit Hilfe von entsprechenden Tabellenwerken ohne Heranziehung eines Computers das Tragverhalten in seinen wichtigsten Zügen erfaßt werden kann. Auch wenn diese Kontinuumsmethoden eine gewisse Verallgemeinerung erfahren haben [7], [8], [9] und noch

manch andere Vorteile zu bieten haben, etwa bei der Erfassung der Wölbkrafttorsion der als dünnwandige Träger aufgefaßten Kerne [10], setzen sie stets einen hohen Grad an Regularität voraus, die bei realen Tragwerken der Baupraxis meist doch nicht vorhanden ist. So werden heute nicht nur für die endgültige Anwendungsstatik, sondern auch schon im Rahmen von vereinfachten Vorberechnungen diskrete Modelle verwendet, deren Berechnung fast ausschließlich mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode erfolgt. Diese liefert zwar auch nur Näherungslösungen, erlaubt jedoch auch im Falle nichtregulärer und komplexer Tragwerke eine genauere und detailliertere Erfassung des Kräftespiels.

Eine konsequente Anwendung der Finite-Elemente-Methode auf die Berechnung hybrider Aussteifungssysteme würde nun – neben der problemlosen Diskretisierung von Rahmenstützen und -riegeln durch Stabelemente – eine den Rechenaufwand in die Höhe treibende Diskretisierung von Wandscheiben und Kernen, im folgenden einheitlich als Tragwände bezeichnet, durch finite Flächenelemente verlangen. Um diesen für die tägliche Hochbaupraxis übertrieben erscheinenden Rechenaufwand (zuzüglich Datenvorbereitungs- und Ergebnisauswertungsaufwand) zu vermeiden, werden sehr oft die Tragwände durch geeignete Stabmodelle ersetzt: Es wird mit einem „äquivalenten“ Rahmenmodell des Tragwerkes gearbeitet [3]. Die Idee der Modellierung von Flächentragwerken durch Stabmodelle ist auch aus anderen Gebieten der Alltagsstatik bekannt. Die „Streifenmethode“ bei Plattenberechnungen kann hier als klassisches Beispiel angeführt werden. Die Anwendung dieser Idee auf die Berechnung von Aussteifungssystemen des Hochbaues, also das Modell des äquivalenten Rahmens, wurde erstmals von MacLeod [11], [12] und Schweighofer [13] vorgeschlagen, und zwar für die Näherungsberechnung von gekoppelten ebenen Wandscheiben. Die Einfachheit dieser Modellierung, mit deren Hilfe die Analyse von Wandscheiben enthaltenden Aussteifungssystemen mit üblichen Rahmenprogrammen im Computer durchgeführt werden konnte [14], bildete ein starkes Motiv für die weite Ausbreitung des äquivalenten Rahmenmodells.

Nun sind mehrstöckige Bauwerke, die durch Wind- oder Erdbebenlasten beansprucht werden, adäquaterweise als räumliche Tragwerke zu berechnen. Dies gilt nicht nur für Bauwerke mit ausgeprägten Asymmetrien im Grundriß oder in der Höhenausdehnung, sondern auch für symmetrische Strukturen; so schreiben z. B. die meisten geltenden Erdbebennormen die Berücksichtigung ungewollter Exzentrizitäten der anzusetzenden Lasten vor, so daß trotz der strukturellen Symmetrie eine asymmetrische Beanspruchung des Bauwerkes stattfindet [15], [16]. Aus diesem Grund – jedoch nicht nur aus diesem – werden in der Praxis Hochbauten einer dreidimensionalen, meist statischen, oft aber auch dynamischen Analyse unterzogen. Der Erfolg des äquivalenten Rahmenmodells bei seiner Anwendung auf ebene Rahmen-Scheiben-Systeme ließ seine Erweiterung auf räumlich zusammengesetzte Wandscheiben und Kerne fast selbstverständlich und durchaus gerechtfertigt erscheinen. Diese Modellierung wurde tatsächlich bald zur täglichen Praxis [17], [18], [19], [20]. Einen erheblichen Schub bekam sie noch durch die Verfügbarkeit des nunmehr international bekannten und verwendeten Computerprogramms TABS

Associate Professor Dr.-Ing. Ioannis Elefterios Avramidis, Aristotle University of Thessaloniki, School of Engineering, Dept. of Civ. Eng., Div. of Struct. Eng., GR-54 006 Thessaloniki, Griechenland

[21] und seiner Nachfolger ETABS [22] und SUPER-ETABS [23] und wurde sogar in Programmen zur inelastischen Berechnung von Stahlbetonhochbauten implementiert [24]. Berichte über die erfolgreiche Anwendung des Rahmenmodells auf größere Bauwerke, ja sogar auf Wolkenkratzer, bekräftigten seine Effektivität [25], [26].

Erste Feststellungen von Unzulänglichkeiten dieser Modellierungsart ließen jedoch leider nicht lange auf sich warten [27], [28]. Eine Reihe von Untersuchungen ergab, daß die Anwendung des Modells auf halboffene und geschlossene Hochhauskerne unter starker Torsionsbeanspruchung zu unannehmbaren Resultaten führt [29], [30]. Eine falsche Simulierung des elastischen Tragverhaltens durch das äquivalente Rahmenmodell wurde auch bei ebenen, geometrisch unregelmäßigen Tragwänden festgestellt. Das Ziel der folgenden Darstellungen besteht darin, die wichtigsten Probleme bei der Anwendung des Rahmenmodells auf einfache und zusammengesetzte Wandscheiben und Kerne darzustellen. Es wird dabei bewußt auf komplexe Herleitungen und Berechnungen verzichtet und versucht, im wesentlichen anschauliche Erklärungen und Begründungen zu geben.

2 Das Rahmenmodell für ebene Rahmen-Scheiben-Tragwerke

2.1 Die ursprüngliche Idee

Die Modellierung von Wandscheiben durch geeignete, „äquivalente“ Rahmen („equivalent frame model“, „frame-analogy-method“, „wide-column-analogy“) wurde erstmals zur Berechnung von gekoppelten oder gegliederten Wandscheiben angewandt (Bild 1) und erfolgte nach den folgenden Regeln:

- Die Topologie und damit die geometrische Form des äquivalenten Rahmens wird durch die neutralen (Schwerpunkt-)Achsen der einzelnen Teil-Wandscheiben und der Kopplungsbalken (Stürze) festgelegt (Bild 1a).
- Die elastischen Eigenschaften der Stiele des äquivalenten Rahmens resultieren aus den gegebenen Querschnittsabmessungen der entsprechenden Teil-Wandscheiben. Neben der Biegesteifigkeit EI_{Si} (E = Elastizitätsmodul, I_{Si} = Biegeträgheitsmoment der i -ten Teil-Wandscheibe bzw. des i -ten äquivalenten Rahmenstieles) muß auch die Längssteifigkeit EA_{Si} (A_S = Querschnittsfläche) berücksichtigt werden. Der Einfluß der Schubverformungen

wurde ursprünglich außer acht gelassen, d. h. es wurde für die Stiele $GA_{Si} \rightarrow \infty$ angenommen (G = Schubmodul, A_S = Schubfläche). Erst später wurden auch Schubverformungen näherungsweise berücksichtigt.

- Die Riegelabschnitte von der neutralen Achse jeder Teil-Wandscheibe bis zu ihren beiden dazu parallelen Randfasern werden als unendlich steif, d. h. absolut starr, aufgefaßt („rigid offsets“, „rigid connectors“): Ihre Biege-, Schub- und Längsverformungen werden vernachlässigt: $EI_{Ri} \rightarrow \infty$, $GA_{Ri} \rightarrow \infty$, $EA_{Ri} \rightarrow \infty$.
- Die elastischen Eigenschaften der Kopplungsbalken ergeben sich aus ihren gegebenen Abmessungen. Ihre Biegesteifigkeit EI_{Bk} und ihre Schubsteifigkeit GA_{Bk} müssen berücksichtigt werden, der Einfluß der Längsverformungen wird im Normalfall vernachlässigt, also $EA_{Bk} \rightarrow \infty$.

Hier ist zu bemerken, daß die Rahmen, Tragwände und Kerne eines Gebäudes meist durch Geschoßdecken miteinander verbunden sind. Diese Geschoßdecken können in der Regel mit sehr guter Näherung als in der eigenen Ebene starre Scheiben („Diaphragme“) aufgefaßt werden. Ausnahmen bilden Gebäude mit „gespreiztem“, nicht gedrungem Grundriß, bei denen dann die Verformbarkeit der Geschoßdecken in Rechnung gestellt werden muß [31], [32]. Wird von der Annahme einer diaphragmatischen Wirkung der Geschoßdecken ausgegangen, so ist dafür zu sorgen, daß in den Riegeln der äquivalenten Rahmen keine Längsverformungen entstehen. Dies kann problemlos mit Hilfe des Konzepts der abhängigen Knoten oder Freiheitsgrade („master-slave-degrees of freedom“) programmtechnisch realisiert werden (s. z. B. [33]). Ist diese Möglichkeit im verwendeten Rechenprogramm nicht implementiert, so kann die diaphragmatische Wirkung mittelbar durch Eingabe genügend großer Werte für die beteiligten Steifigkeiten der Rahmenriegel simuliert werden. Auf die mögliche Entstehung numerischer Instabilitäten bei einer solchen ingenieurmäßig-praktischen Vorgehensweise wird in Abschnitt 2.2.4 hingewiesen.

Bei der Festlegung der Knotentopologie des Rahmenmodells sollte auch die Tatsache nicht außer acht gelassen werden, daß die Schwerpunktsachsen der Deckenbalken normalerweise unterhalb der Plattenmittellinien liegen. Auf solche exzentrischen Anschlüsse wird in der Praxis zum Zwecke der Minimierung des Rechenaufwandes oft verzichtet, obwohl sie nach dem vorgenannten Konzept der abhängigen Knoten oder durch Anordnung starrer Hilfselemente leicht berücksichtigt werden können [34], [35].

Es zeigte sich nun, daß das auf den obigen Regeln basierende Rahmenmodell das statische Tragverhalten von regelmäßigen, gekoppelten Wandscheiben nach Bild 1a durchaus befriedigend wiedergibt. Eine für die Praxis genügende Genauigkeit wird erreicht sowohl für die Gesamtsystem-Biegeverformung über die Höhe als auch für die entgegengesetzt gerichtete Biegeverformung der Teil-Wandscheiben in jedem Stockwerk. Letztere wird durch die diskontinuierliche Kopplung der Teil-Wandscheiben durch die Stürze (Kopplungsbalken) hervorgerufen (Bild 1b). Dem Erfolg dieser ersten Anwendung des Rahmenmodells folgte seine Anwendung auf jede Art ebener gekoppelter Rahmen-Scheiben-Systeme des Stahlbetonhochbaues.

2.2 Unzulänglichkeiten und Anwendungsgrenzen

2.2.1 Der Einfluß der Schubverformungen

Bei der Festlegung der obigen Modellierungsregeln wurde offensichtlich davon ausgegangen, daß ursprünglich horizontale ebene Querschnitte der Wandscheiben auch nach der Verformung eben bleiben und daß sie weiterhin senkrecht auf ihrer biegeverformten Achse stehen (Bernoullische

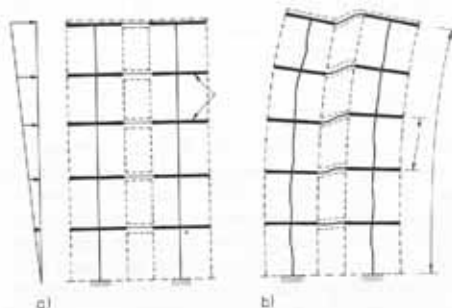


Bild 1. Gekoppelte Wandscheiben (gestrichelt)
a) äquivalentes Rahmenmodell
b) Verformung unter Horizontallasten

Fig. 1. Coupled shearwalls (dashed line)
a) equivalent frame model
b) deformation due to horizontal loads

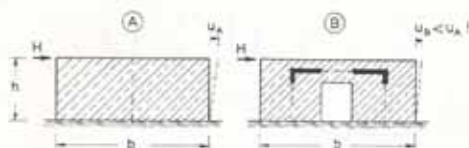


Bild 2. Zur Illustration der Unzulänglichkeit des Rahmenmodells bei stark gedungenen Wandscheiben

Fig. 2. Illustration of the frame model shortcomings in the case of squat shearwalls

Hypothese). Aus diesem Grund überrascht die Feststellung kaum, daß die Zuverlässigkeit des äquivalenten Rahmens bei wachsendem Verhältnis von Wandlänge b zu Wandhöhe h abnimmt. So liefert die Anwendung des Rahmenmodells auf die in Bild 2 abgebildeten, extrem gedungenen Wandscheiben Ergebnisse, die dem gesunden Ingenieurverstand widersprechen. Für die Wand B ergibt sich nämlich eine kleinere horizontale Verschiebung als für die Wand A, obwohl sie wegen der vorhandenen Öffnung Horizontallasten sicher einen geringeren Widerstand als die Wand A entgegenbringt [36].

An dieser Stelle sollte bemerkt werden, daß die in der internationalen Literatur sehr oft anzutreffende Bezeichnung der Wandscheiben als „Schubwände“ („shearwalls“) eher irreführend ist, da sie das Vorherrschen von Schubdeformationen suggeriert. Dies ist jedoch nur für gedrungene Wandscheiben korrekt, etwa mit einem Verhältnis von Wandhöhe h zu Wandlänge b kleiner als 3. Wandscheiben über mehrere Geschosse, wie sie eben in Stahlbetonhochbauten anzutreffen sind, haben meistens ein Verhältnis $h/b > 3$ und verhalten sich hauptsächlich als vertikale Kräger mit überwiegender Biegebeanspruchung. Solche Wände können also kaum als Schubwände bezeichnet werden.

Eine erste kleine Verbesserung des Rahmenmodells besteht sicher darin, daß die Schubverformungen – wenn auch nur näherungsweise – berücksichtigt werden. In den üblichen Programmsystemen, die in der Praxis für die Analyse von Tragwerken verwendet werden, kann jedoch der Einfluß der Schubdeformationen nur in der für Stabwerke eingebürgerten summativen Art und Weise miteingerechnet werden: Die implementierten Steifigkeitsmatrizen für Stabelemente gehen von der Bernoulli-Hypothese aus und zwingen die eben bleibenden Querschnitte in der verformten Konfiguration senkrecht auf der nur biegeverformten Achse zu stehen – und nicht, wie es richtiger wäre, senkrecht auf der biege- und schubverformten Achse (Bild 5). Eine Korrektur des Modells bestünde also in der durchaus problemlosen Implementierung von Timoshenko-Balken-Steifigkeitsmatrizen [37], [38]; dadurch würde die in Bild 4 vereinfacht dargestellte Abweichung des Modell-Tragverhaltens aufgehoben werden. Betrachtet man nämlich nur den Schubverformungsanteil der abgebildeten gedungenen Wandscheiben, so ist die in Bild 4b dargestellte Verformung des Kopplungsbalkens zu erwarten, da dieser wegen des monolithischen Verbunds auch nach der Deformation einen rechten Winkel zu der inneren Randfaser jeder Wandscheibe bilden muß. Statt dessen liefern die konventionellen Rechenprogramme aus den oben erläuterten Gründen die in Bild 4c abgebildete Verformungsfigur, d.h. der Kopplungsbalken bleibt unwirksam.

Die zu grobe Berücksichtigung oder sogar Vernachlässigung der Schubverformungen läßt größere Abweichungen von der korrekten elastischen Lösung nicht nur bei den – im Hochbau nicht so oft vorkommenden – gedungenen ebenen Wandscheiben entstehen, sondern auch bei quasi-ebenen Systemen von der Art des in Bild 5b abgebildeten Tragwer-

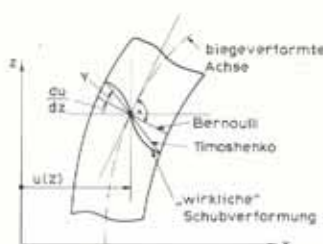


Bild 5. Zur Berücksichtigung der Schubverformung des Querschnittes
Fig. 3. Considerations regarding the cross section's shear deformation

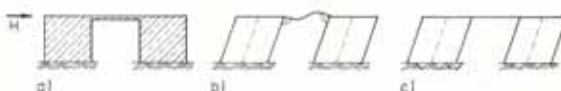


Bild 4. Abweichungen als Folge der Bernoulli-Hypothese

a) Tragwerk und Belastung
b) zu erwartende Verformung
c) mit konventionellem Programm berechnete Verformung

Fig. 4. Divergencies due to the Bernoulli assumption

a) structure and loading
b) expected deformation
c) deformation calculated with conventional software

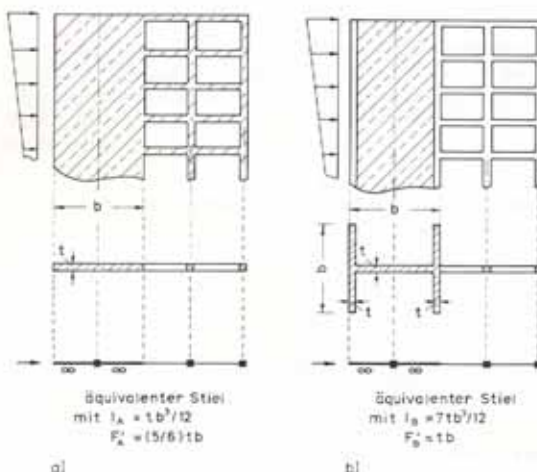


Bild 5. Modellabweichungen infolge Schubverformung bei sehr biege-steifen Wandscheiben

a) Einfache Wandscheibe und Rahmenmodell
b) Biegesteife Doppel-T-Wandscheibe und Rahmenmodell

Fig. 5. Model divergencies due to shear deformations in the case of shearwalls with high flexural stiffness

a) simple shearwall and frame model
b) double-T-shearwall with high flexural stiffness and frame model

kes. Das äquivalente Rahmenmodell dieses hybriden Systems hat genau die gleiche Topologie wie das äquivalente Rahmenmodell des einfacheren Rahmen-Scheiben-Systems des Bildes 5a. Die beiden Modelle unterscheiden sich allein durch den Wert des Biegeträgheitsmomentes ihres linken, die jeweilige Tragwand simulierenden Stieles. Für die angegebenen Abmessungen beträgt I_B etwa das siebenfache von I_A , während sich die effektiven Schubflächen A_A und A_B nur geringfügig voneinander unterscheiden. Während also bei gleicher äußerer Horizontalbelastung der Biegeverformungsanteil von System B betragsmäßig viel kleiner als der von System A ist, bleibt der Schubverformungsanteil beider Systeme annähernd gleich. Die prozentuale Beteiligung

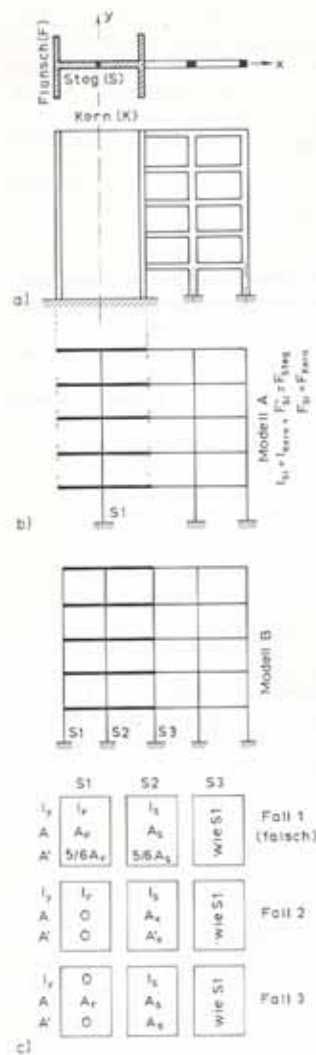


Bild 6. Variationen des Rahmenmodells
Fig. 6. Variations of the frame model

des Schubverformungsanteils an der Gesamtdeformation ist somit beim System B viel größer als beim System A. Entsprechend schwindet auch die Zuverlässigkeit eines die Schubverformungen nur grob oder überhaupt nicht berücksichtigenden äquivalenten Rahmenmodells für das System B.

2.2.2 Alternative Anordnungen der äquivalenten Rahmenstiele

Bei hybriden Systemen des in Bild 5b dargestellten Typs entstehen zusätzliche Probleme wegen der nicht mehr eindeutig und zwingend festliegenden Topologie ihres Rahmenmodells. Die Bilder 6b und 6c zeigen geometrisch unterschiedliche Rahmenmodelle für das Tragwerk des Bildes 6a. Für das zweite Rahmenmodell werden sogar drei verschiedene Möglichkeiten für die Wahl der elastischen Eigenschaften der äquivalenten Stiele angegeben: eine falsche und zwei richtige. Die Fehler bei der ersten, falschen Wahl (Fall 1) sind folgende: Die effektive Schubfläche A'_{Kern} der Doppel-T-förmigen Tragwand ist näherungsweise gleich der Steg-Quer-

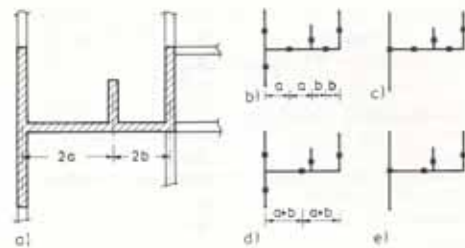


Bild 7. Alternative Anordnungen der äquivalenten Rahmenstiele
Fig. 7. Alternative arrangements of the equivalent columns

schnittsfläche: $A'_{Kern} \approx A_{Steg}$. Nimmt man $A'_{S2} = (5/6) A_{Steg}$ und $A'_{S1} = A'_{S3} = (5/6) A_{Flansch}$ an, so ist die Modell-Schubfläche insgesamt größer als beim ursprünglichen System. Wird weiterhin für die Außenstiele das Trägheitsmoment zu $I_{S1} = I_{Flansch}, I_{S3} = I_{Flansch}$ gewählt, so müßten die entsprechenden Querschnittsflächen zu Null gesetzt werden (d. h. $A_{S1} = A_{S3} = 0$) und $A_{S2} = A_{Kern}$ (Fall 2). Wird nämlich $A_{S1} = A_{S3} = A_{Flansch}$ angenommen (Fall 1), so werden bei der anschließenden Berechnung des Rahmens die Steiner-Anteile des Trägheitsmomentes mittelbar noch einmal dazuaddiert: Das Modell wird erheblich biegesteifer! Alternativ könnte $I_{S1} = I_{S3} = 0$ und $A_{S1} = A_{S3} = A_{Flansch}, A_{S2} = A_{Steg}$ gesetzt werden (Fall 3). In diesem Fall muß das verwendete Rechenprogramm unbedingt Normkraft-Anteile, d. h. Normalkraftverformungen, berücksichtigen können; denn sonst verhält sich das Modell wie ein Schubkragbalken („shear building“), was zu größeren Divergenzen führen kann. Dies wird hier nur deswegen erwähnt, weil bestimmte spezialisierte Praxis-Programme für orthogonale Rahmensysteme auf Methoden basieren, welche die vertikale Verschiebungs-kompatibilität und somit die vertikalen Knotenverschiebungen zumindest teilweise außer acht lassen [39], [40], [41]. Eine solche „pseudo-räumliche“ Berechnung liefert, wie umfangreiche Parameterstudien des Verfassers gezeigt haben, nur bei „reinen“, keine zusammengesetzten Wandscheiben oder Kerne enthaltenden Rahmentragwerken mit bis zu zehn Stockwerken annehmbare Resultate.

Aus den obigen Ausführungen wird klar, daß sich die Festlegung eines adäquaten Rahmenmodells recht verwickelt gestalten kann. Man liegt auch völlig richtig, wenn man vermutet, daß die drei Modelle A, B Fall 2 und B Fall 3 zu teilweise recht unterschiedlichen Ergebnissen führen. Die Wahl einer das Tragverhalten nicht verfälschenden Anordnung der äquivalenten Rahmenstiele wird bei komplizierterer Kerngeometrie noch schwieriger. In den Bildern 7b bis 7e sind vier mögliche Stiel-Anordnungen für den durchaus nicht praxisfernen Kernquerschnitt des Bildes 7a angegeben. Hierbei handelt es sich allerdings um einen Kern, der nicht mehr als ebenes System behandelt werden kann. Auf die bei räumlichen Tragsystemen entstehenden Probleme wird in Abschnitt 3 näher eingegangen.

2.2.3 Die Berücksichtigung endlicher, starrer Knotenbereiche

Eine weitere Verbesserung der Effektivität des äquivalenten Rahmenmodells wird durch eine genauere Abschätzung der Länge der absolut starren Riegelabschnitte bei den Wandscheiben sowie durch die Berücksichtigung von starren Knotenbereichen (starre Knoten endlicher Ausdehnung, „finite joints“) für die Rahmenknoten erreicht (Bild 8). Aufgrund des großen Steifigkeitsunterschiedes zwischen Wandscheibe und anschließendem Riegel tritt an der Verbindungsstelle ein kleiner Drehwinkel auf (Bild 8b). Diese durch detaillierte elastische und inelastische Finite-Elemente-Berechnungen

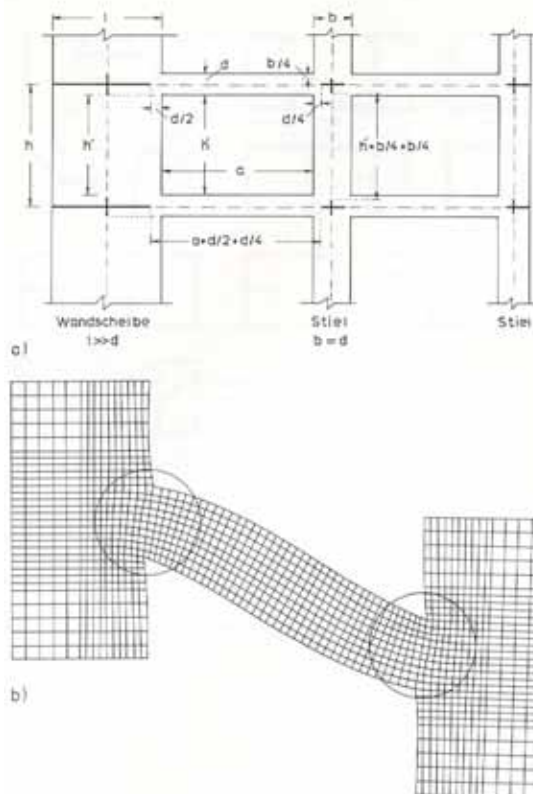


Bild 8. Zur Ausdehnung der absolut starren Knoten
a) Vorschlag für Wandscheiben- und Rahmenknoten
b) elastische Drehverformung des Knotenbereiches

Fig. 8. Dimensions of the rigid joints
a) suggestion concerning shearwall and frame joints
b) elastic rotation of the joint zone

[42], [43], aber auch schon viel früher durch Versuche [44] festgestellte Tatsache führt zu einer Abminderung der „effektiven“ Steifigkeit des Anschlußriegels. Sie kann näherungsweise im Modell durch eine Abminderung der Länge der starren Arme und durch entsprechende Vergrößerung der lichten Länge der Anschlußriegel (Bild 8a) simuliert werden. Analoge Abschätzungen werden in der Literatur auch für die Ausdehnung der starren Bereiche der finiten Rahmenknoten angegeben (vgl. z. B. [44]).

2.2.4 Numerische Instabilitäten

In vielen Computer-Programmen können die absolut starren Riegelabschnitte des Rahmenmodells allein durch Eingabe „großer“ Werte für die maßgebenden Steifigkeiten (oder Querschnittswerte oder Querschnittsabmessungen) rechnerisch realisiert werden. Die erfolgreiche Simulation der Starrheit hängt somit direkt davon ab, wie groß „groß“ gewählt wird. Wird etwa für die Biegesteifigkeit eines als starr zu berücksichtigenden Stabelementes ein nicht genügend „großer“ Wert eingegeben, so ist seine errechnete Biegeverformung nicht mehr vernachlässigbar klein. Seine Starrheit wird also nicht befriedigend simuliert, und es treten unzulässige Ungenauigkeiten in den Ergebnissen auf. Wird andererseits ein zu großer „großer“ Wert eingegeben, so führt dies unter Umständen zu numerischen Abweichungen in den Ergebnissen, die sich sogar nicht immer ohne weiteres sofort bemerkbar machen. Die Schwierigkeit liegt dabei

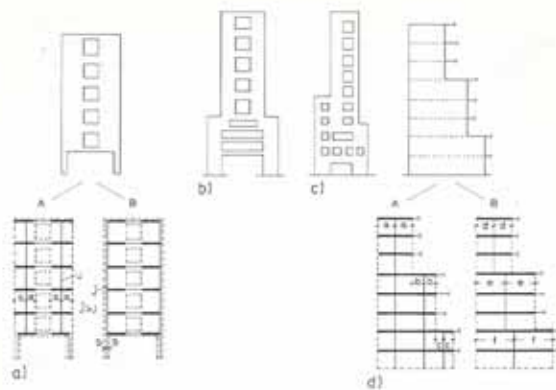


Bild 9. Unregelmäßige ebene Wandscheiben, Modellvarianten

Fig. 9. Irregular planar shearwalls, alternative models

darin, daß die Frage, wie groß „groß“ ist, nicht generell beantwortet werden kann, sondern – trotz gewisser Faustregeln [15] – im Einzelfall jedesmal neu zu entscheiden ist. Dieses Problem kann jedoch restlos beseitigt werden, wenn das verwendete Programm über die schon vorher erwähnte Möglichkeit der Einführung von abhängigen Freiheitsgraden verfügt oder wenn im Programm spezielle Steifigkeitsmatrizen für Stabelemente mit starren Endabschnitten implementiert sind [18]. Die zweite Möglichkeit ist sogar viel eleganter, denn sie erlaubt eine wesentliche Reduzierung der erforderlichen Anzahl von Stabelementen und somit auch von Freiheitsgraden.

2.2.5 Ineffizienz bei stark unregelmäßigen Wandscheiben

Die in den Abschnitten 2.2.1 bis 2.2.4 besprochenen Sachverhalte können zwar zu Verbesserungen des Rahmenmodells führen, heben aber seinen Näherungscharakter natürlich nicht auf. Die erreichte Genauigkeit – stets innerhalb der Grenzen der linearen Elastizitätstheorie – ist jedoch mit Ausnahme von gedungenen Tragwänden durchaus befriedigend, allerdings nur solange, wie es sich um verhältnismäßig regelmäßige Wandscheiben handelt. Ohne hier auf die Problematik der Definition von „Regelmäßigkeit“ einzugehen, sind in Bild 9 einige Beispiele von unregelmäßigen Wandscheibentypen angegeben, die oft in der Hochbaupraxis anzutreffen sind. Werden solche Tragwände, belastet durch Horizontalkräfte, einerseits nach dem Rahmenmodell und andererseits mit Hilfe von finiten Scheibenelementen bei genügend feiner Diskretisierung berechnet, so zeigen sich in den Berechnungsergebnissen für Verschiebungs- und Kraftgrößen große Differenzen.

Schon in der „relativ regelmäßigen“ Tragwand des Bildes 9a treten nicht wegzudiskutierende Abweichungen auf, vor allem in den Kopfbereichen der Erdgeschoßstützen [45]. In [1] wird für eine Wandscheibe vom Typ nach Bild 9b von Diskrepanzen in den Vorzeichen wichtiger statischer Größen berichtet. Der Mißerfolg des Rahmenmodells erreicht sogar einen Gipfel, wenn es auf so unregelmäßige Tragwände wie in Bild 9c abgebildet angewendet wird. Für die Analyse solcher und ähnlich unregelmäßiger Tragwände sollte das äquivalente Rahmenmodell nicht in Betracht gezogen werden.

2.2.6 Vorteile des äquivalenten Rahmenmodells

Es ist klar, daß der äquivalente Rahmen nicht mehr als ein einfaches Modell darstellt, dessen inhärente Unzulänglichkeiten mit wachsendem Verhältnis von Wandlänge zu

Wandhöhe und mit wachsender geometrischer Unregelmäßigkeit der Wandscheibe zu immer größeren Diskrepanzen führen. Seine erfolgreiche Anwendung auf regelmäßige schlanke Wandscheiben, welche die überwiegende Mehrzahl der vorkommenden Tragwände ausmachen, in Verbindung mit seinen unbezweifelbaren praktischen Vorteilen haben es in der täglichen Hochbaupraxis durchgesetzt. Seine Vorzüge lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Bis auf eine gewisse Vertrautheit mit den Methoden der Matrizenstatik verlangt es vom Ingenieur keine zusätzlichen, spezialisierten theoretischen Kenntnisse, wie sie etwa die Methode der finiten Elemente verlangen würde (z.B. taucht die Frage des Konvergenzverhaltens des Rechenmodells überhaupt nicht auf).
- Die Festlegung des Rechenmodells, d.h. der Knoten-Topologie und der elastischen Eigenschaften der äquivalenten Riegel und Stiele, erfolgt anschaulich, leicht und schnell nach den in Abschnitt 2.1 beschriebenen einfachen Regeln. Es brauchen keine Entscheidungen über eine feinere oder gröbere Diskretisierung von Systembereichen gefällt werden; in den meisten Fällen liegt die Knoten-Topologie eindeutig fest.
- Als Rechenergebnisse werden direkt die zur anschließenden konventionellen Bemessung erforderlichen Momente, Quer- und Längskräfte geliefert und nicht wie etwa bei der Finite-Elemente-Methode Spannungen, die dann einer Nachbehandlung bedürfen.

Ausgestattet mit all diesen Vorteilen scheint das Rahmenmodell auch für die Analyse von – wenigstens nicht unregelmäßigen – zusammengesetzten Wandscheiben und Kernen räumlicher Tragssysteme gut genug zu sein. Diese prima facie nicht zu widersprechende Vermutung erweist sich leider in den meisten Fällen als falsch.

3 Das äquivalente Rahmenmodell für räumlich zusammengesetzte Wandscheiben

3.1 Offene Kerne

Werden die in Abschnitt 2.1 aufgestellten Modellierungsregeln auf die in Bild 10a dargestellte, räumlich beanspruchte zweischenkligige Tragwand angewendet, so führt dies zu einer Diskretisierung der längs des gemeinsamen Randes der beiden Wandschenkel kontinuierlich verteilten Schubspannungen $\tau(z)$, d.h. zu ihrer summativen Konzentration in Form von Querkraften T_i in den Berührungsknoten der starren Riegelabschnitte in den einzelnen Geschossebenen. Das so erhaltene Rahmenmodell (Bild 10b) kann ohne nennenswerte Beeinträchtigung der Ergebnisqualität durch das in Bild 10c dargestellte, einfachere Modell ersetzt werden, da die längs der Wandkante übertragenen Momente im Normalfall verschwindend klein sind. Wird weiterhin die diaphragmatische Wirkung der Stockwerksplatten durch eine von den Elementverknüpfungsbeziehungen unabhängige Weise rechnerisch realisiert (etwa nach dem zuvor erwähnten Konzept der abhängigen Freiheitsgrade), so genügt eine Verbindung der starren Kragarme durch jeweils nur eine vertikale Fessel (Bild 10d).

Eine unmittelbare Folge dieser Diskretisierung ist das Auftreten von Momentensprüngen in den äquivalenten Stielen, deren Größe sich in jedem Stockwerk i als Produkt von Querkraft T_i mal Länge l_i des starren Riegelabschnittes ergibt (Bild 11). Diese im realen Tragwerk natürlich nicht existenten Momentensprünge sind im Nachhinein – etwa durch Mittelwertbildung – auszugleichen. Neben der Verfüllung des tatsächlichen Kraftzustandes führen diese „Schein-Momente“ zu einer entsprechenden, der Gesamtbiegeverformung entgegengesetzt gerichteten Biegeverformung („reverse bending“ [29], „verkehrte Biegung“) der ein-

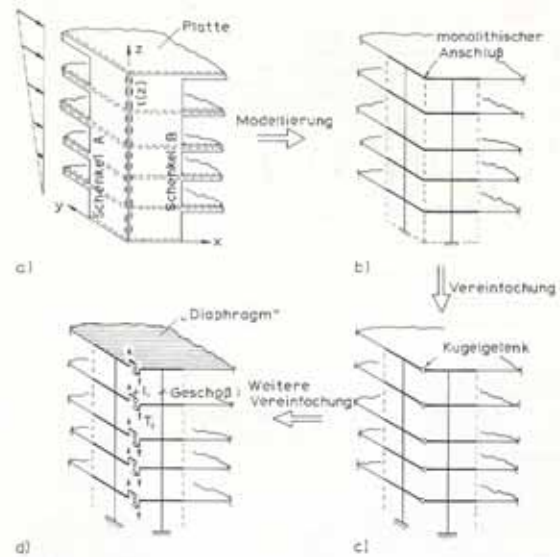


Bild 10. Zur Modellierung einer einfachen räumlich zusammengesetzten Wandscheibe
Fig. 10. Modelling steps in the case of a simple non-planar shearwall

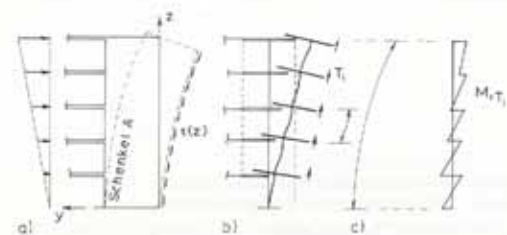


Bild 11. Zur Illustration der „verkehrten“ Biegung
Fig. 11. Illustration of the „inverse“ bending

zelnen Geschos-Rahmenstiele, die im wirklichen Tragwerk ebenfalls nicht auftritt (Bild 11b). Eine Gesamtbetrachtung dieser zusätzlichen Horizontalverschiebungen über die Systemhöhe zeigt, daß sie der Verformung eines Schubkragbalkens entsprechen (konkave Seite zur Belastung hin). Der tatsächlich auftretenden Gesamtbiegeverformung des Systems wird also eine Schubverformungskomponente superponiert. Ihre Größe hängt jedoch nicht etwa von der Schubsteifigkeit der Tragwand ab, sondern von den Biegesteifigkeiten der einzelnen äquivalenten Stiele zwischen den Geschossen. Demnach läßt sich diese Verformungskomponente des Rahmenmodells nicht physikalisch interpretieren. Sie stellt eine unerwünschte, dem Rahmenmodell jedoch inhärente Eigenschaft dar.

Es muß hier notiert werden, daß für relativ schlanke, über mehrere Geschosse laufende Tragwände der Biege widerstand der einzelnen äquivalenten Stiele (sprich: Wandschenkel) zwischen den Geschossen sehr viel größer ist als der Biege widerstand der über die gesamte Höhe betrachteten Tragwand. Für Kerne von mehrgeschossigen Hochbauten, die infolge der zu berücksichtigenden Lasten hauptsächlich auf Biegung beansprucht werden, sind deshalb die dem Rahmenmodell inhärenten zusätzlichen Relativverschiebungen der Stockwerke vernachlässigbar klein gegenüber der Gesamt-Horizontalverschiebung des Systems. In diesen Fällen liefert das Rahmenmodell befriedigend genaue Ergebnisse. Ist dies jedoch auch bei überwiegend auf Torsion beanspruchten

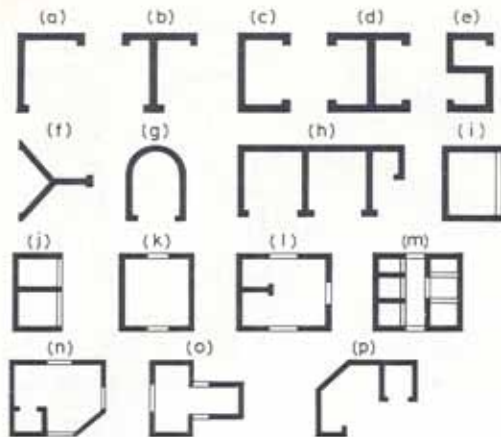


Bild 12. Typische Querschnittsformen von Hochhauskernen, a)–h), p) offene Kerne, i)–o) halboffene Kerne
Fig. 12. Typical cross sections for building cores a)–h), p) open section cores, i)–o) semi-closed section cores

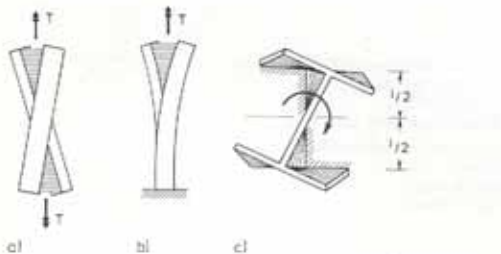


Bild 13. Die zwei Grundformen der Torsionsbeanspruchung
 a) Saint-Venantsche Torsion
 b) Wölbkrafttorsion
 c) Steg- und Flanschverformung bei Fußeingspannung
Fig. 13. The two main modes of torsional stressing
 a) Saint-Venant's torsion
 b) restrained warping torsion
 c) web and flange deformation in the case of base fixity

Kernen der Fall? Wird etwa der Torsionswiderstand eines wegen der Fußeingspannung wölbbehinderten, zusammengesetzten Kernes durch sein räumliches äquivalentes Rahmenmodell mit akzeptabler Genauigkeit simuliert?

Zur Beantwortung dieser Frage muß kurz auf einige grundsätzliche Aspekte des mechanischen Tragverhaltens von torsionsbeanspruchten dünnwandigen Trägern eingegangen werden; denn die Kerne mehrgeschossiger Hochbauten können aufgrund ihrer normalerweise kleinen Verhältnisse von Wanddicke zu Wandlänge und von Wandlänge zu Wandhöhe als (starr oder elastisch) eingespannte Kragträger mit dünnwandigem (offenen oder geschlossenen, ein- oder mehrzelligen) Querschnitt aufgefaßt werden (Bild 12). Nach der für solche Systeme geltenden Torsionstheorie [1], [46], [47] setzt sich ihr Kraft- und Verformungszustand aus zwei untrennbaren Komponenten zusammen: einer gleichförmigen (reinen, freien) Torsion nach *Saint-Venant* und einer ungleichförmigen (gemischten, behinderten) Torsion nach *Vlassov* (Bild 13). Im Gegensatz zur reinen *Saint-Venantschen* Torsion entstehen im hier interessierenden Falle der Wölbkrafttorsion nicht vernachlässigbare Längsspannungen, die eine Biegebeanspruchung der Flansche zur Folge haben. Der Torsionswiderstand bei der *Saint-Venantschen* Torsion wird allein durch die Torsionssteifigkeit GJ_T des Querschnittes wiedergegeben (G = Schubmodul, J_T = Tor-

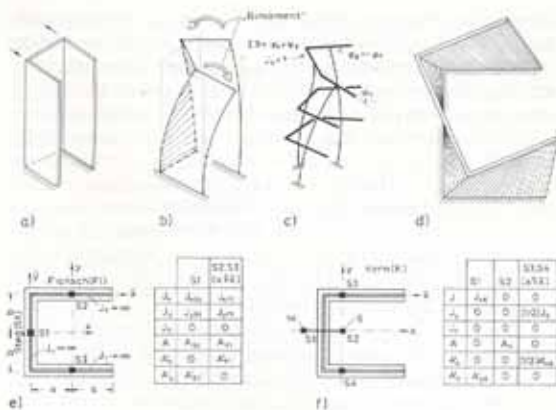


Bild 14. Zur Modellierung eines offenen U-förmigen Kernes
 a) System und Belastung
 b) qualitative Verformungsfigur
 c) äquivalentes Rahmenmodell
 d) zur Illustration der Stegverdrrehung
 e) einfaches Rahmenmodell
 f) theoretisch konsequenteres Rahmenmodell

Fig. 14. On the modelling of an U-section core
 a) structure and loading
 b) qualitative deformation shape
 c) equivalent frame model
 d) illustration of the web torsional deformation
 e) simple frame model
 f) frame model consistent with the torsion theory

sionskonstante). Bei der Wölbkrafttorsion spielt zusätzlich der Wölbwiderstand EJ_w eine große Rolle (E = Elastizitätsmodul, J_w = sektorielles Trägheitsmoment). Im Falle des offenen Kernes nach Bild 14 stellt der Wölbwiderstand den überwiegenden Anteil des Gesamt-Torsionswiderstandes dar, d. h. der *Saint-Venantsche* Torsionswiderstand GJ_T des Kernes kann praktisch vernachlässigt werden. Der Wölbwiderstand hängt dabei stark vom Widerstand der beiden Flansche bei ihrer in entgegengesetzten Richtungen stattfindenden Verbiegung ab (gegenseitige Flanschbiegung). Dies ist auch genau der Grund dafür, daß ein äquivalentes Rahmenmodell nach Bild 14c das Tragverhalten eines U-förmigen Kernes mit für die Stahlbetonpraxis durchaus befriedigender Genauigkeit wiedergibt. Dabei muß allerdings stets eine Voraussetzung eingehalten werden: Die horizontalen, ansonsten absolut starren Modell-Riegelabschnitte des Steges dürfen nicht als torsionsstarr aufgefaßt werden. Gehen sie nämlich mit $GJ_{T\text{Steg}} \rightarrow \infty$ in die Rechnung ein, so bedeutet dies eine totale Verhinderung der Querschnittsverwölbung ($\varphi_a = \varphi_b$, in Bild 14c) und führt zu nicht mehr akzeptablen Ergebnissen.

Es taucht hier das Problem auf, welchen Wert $J_{T\text{Steg}}$ für die Steg-Riegelabschnitte am zweckmäßigsten annehmen soll, zumal in der Literatur unterschiedliche Abschätzungen vorgeschlagen worden sind [30]. In der Praxis wird oft vereinfacht mit $J_{T\text{Steg}} = 0$ gearbeitet. Diese Wahl entspricht einer Vernachlässigung des Stegbeitrages zum Wölbwiderstand des Kernquerschnittes, so daß das Rahmenmodell torsionsweicher als das reale System ist. Umfangreiche Parameteruntersuchungen des Verfassers haben ergeben, daß im Extremfall eines allein stehenden, nur auf Torsion belasteten U-förmigen Kernes die Annahme von $J_{T\text{Steg}} = 0$ Querschnittsverdrrehungen entstehen läßt, die bis zu 50 % die entsprechenden Verdrrehungen nach einer genaueren Berechnung mit finiten Schalenelementen übersteigen können. Analoge Abweichungen treten in den Kraftgrößen auf.

Daraus folgt, daß $J_{T\text{Steg}} = 0$ genau so wie $J_{T\text{Steg}} \rightarrow \infty$ zu vermeiden ist. Für die tägliche Praxis akzeptable Ergebnisse liefern Berechnungen, bei denen für $J_{T\text{Steg}}$ nach der bekannten Formel für schmale Rechteckquerschnitte der Wert $(1/3)h_w t_w^3$ eingegeben wird (h_w = Stockwerkshöhe, t_w = Stegdicke des U-förmigen Kernes). Bei komplizierteren Kernquerschnitten (z. B. Bild 12f, g, h, p) läßt sich allerdings nicht mehr eindeutig zwischen Flansch und Steg unterscheiden, und die obige einfache Formel für $J_{T\text{Steg}}$ führt nicht mehr unbedingt zu annehmbaren Ergebnissen. Die Wahl einer geeigneten Torsionskonstanten für die verschiedenen Riegelabschnitte des Rahmenmodells wird schwieriger. Entsprechend läßt die Genauigkeit des Rahmenmodells nach.

Nun ist in Bild 14c, e das – im Sinne der in Abschnitt 2.1 aufgestellten Bildungsregeln – einfachste und deshalb in der Praxis meist bevorzugte Rahmenmodell für einen U-förmigen Kern dargestellt. Seinem relativ einfachen Querschnitt zum Trotz sind für diesen Kerntyp auch andere, kompliziertere Rahmenmodelle vorgeschlagen worden [30], um eben die eine oder andere Schwäche des einfachen Rahmenmodells auszuschalten. Bild 14f zeigt beispielsweise eine theoretisch konsequentere Modellierungsvariante, bei der auf den äquivalenten Steg-Rahmenstiel verzichtet wird. Statt dessen werden je ein Rahmenstiel im Schwerpunkt und im Schubmittelpunkt des Kernes angeordnet. Allen äquivalenten Stielen werden ganz bestimmte, aufeinander abgestimmte elastische Eigenschaften zugeordnet. Auch bei diesem anspruchsvolleren Rahmenmodell muß darauf geachtet werden, daß die Querschnittsverwölbung nicht unterdrückt wird. Aus einer langen Reihe von Vergleichsrechnungen [48] hat sich allerdings ergeben, daß sich nicht in allen Fällen im voraus eindeutig entscheiden läßt, welches der beiden in den Bildern 14e und 14f dargestellten Rahmenmodelle in bezug auf die Ergebnisgenauigkeit vorzuziehen ist. Handelt es sich sogar um kompliziertere Kernquerschnitte, bei denen – wie schon in Abschnitt 2.2.2 angedeutet wurde – stets mehrere mögliche Modellierungsvarianten zur Verfügung stehen (Bild 7), so wird die Wahl des für den jeweils vorliegenden Fall geeignetsten Rahmenmodells noch schwieriger; denn genauso wie schon beim einfachen U-Querschnitt gibt es für kompliziertere Kernquerschnitte kein Rahmenmodell, das in allen Fällen die besseren Ergebnisse liefert. Bei komplexen Rahmenmodellen wächst die Wahrscheinlichkeit, daß es durch unglückliche Wahl der elastischen Eigenschaften der äquivalenten Stiele und Riegel zu einer völligen Verfälschung des tatsächlichen räumlichen Tragverhaltens des Kernes kommen kann.

3.2 Halboffene und geschlossene Kerne

Von kurzen Bauphasen abgesehen stehen Kerne in der Hochbaupraxis selbstverständlich nie allein da. Auch wenn sie einen offenen Querschnitt besitzen, verhalten sie sich wegen der verwölbungsbehindernden Wirkung der Stockwerksplatten (Bild 15a), der Verbindungsbalken zwischen Kern und benachbarten Stützen (Bild 15b) und vor allem der Kopplungsbalken zwischen den Kernschenkeln (Bild 15c) selten wie vollkommen offene dünnwandige Träger. Diese Einschränkungen werden natürlich vom diskreten Rahmenmodell des Bauwerkes automatisch – wenn auch teilweise nur grob – erfaßt. So wird etwa die verwölbungsbehindernde Wirkung der Stockwerksplatten und der Verbindungsbalken durch das Biegeträgheitsmoment der als Plattenbalken in die Rechnung eingehenden Verbindungsbalken näherungsweise berücksichtigt.

Viel einflußreicher auf die Berechnungsergebnisse ist die Wirkung der in der Praxis durchaus nicht seltenen Kopplungsbalken, die jeweils zwei Wandschenkel miteinander verbinden. Je steifer diese Kopplungsbalken sind, desto stär-

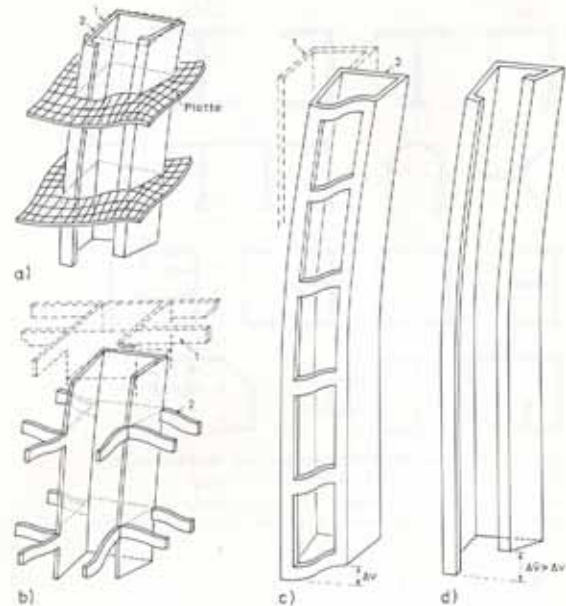


Bild 15. Zur wölbbehindernden Wirkung
a) der Stockwerksplatten
b) der Anschlußriegel
c) der Kopplungsbalken (Stürze)

Fig. 15. Warping restraints due to the presence of
a) floor slabs
b) connected beams
c) core lintel beams

ker ist – bei gegebener Torsionsbelastung – ihre Beanspruchung auf Biegung, Schub und Torsion und desto drastischer wird die Abminderung der Verwölbung des Kernquerschnittes. Den in diesen Balken entstehenden großen (vertikalen) Querkräften sind entsprechend große horizontale Schubspannungen zugeordnet, die im Kernquerschnitt „zirkulieren“ und so zur Aktivierung der *Saint-Venant*schen Torsionssteifigkeit GJ_T beitragen. Die für offene Kerne charakteristische Abtragung der Torsionsbelastung durch die gegenseitige Flanschbiegung (Bild 16a) tritt mit wachsender Steifigkeit der Kopplungsbalken immer stärker zurück. Halb-offene Kerne mit sehr starken Kopplungsbalken und mehr geschlossene Kerne – die allerdings in der Baupraxis nicht oft vorkommen – tragen die Torsionsbelastung hauptsächlich über im Kernquerschnitt umlaufende Schubspannungen ab („circulating torsion“). Im Extremfall eines geschlossenen Kernes mit quadratischem Querschnitt (Bild 16b) ist dieser Schubfluß – mit Ausnahme eines Störbereiches an der Fußeinganspannung – gleichmäßig konstant über den Querschnitt und über die Höhe, so daß zur Befriedigung der Gleichgewichtsbedingungen keine Längsspannungsdifferenzen auftreten müssen: der Querschnitt verwölbt sich nicht. Im Gegensatz hierzu entstehen im torsionsbeanspruchten offenen Kern (Bild 16a) linear über die Wanddicke verteilte Schubspannungen mit von Querschnittsstelle zu Querschnittsstelle variierender Größe und resultierender Richtung, welche zur Querschnittsverwölbung und damit zur Abtragung der Torsionsmomente im wesentlichen über gegenseitige Flanschbiegung führen.

Für die in der Baupraxis sehr oft auftretenden halb-offenen Kerne kann generell festgestellt werden, daß die Beteiligung der gegenseitigen Flanschbiegung an der Torsionssteifigkeit des Kernes um so geringer ist, je stärker die Kopp-

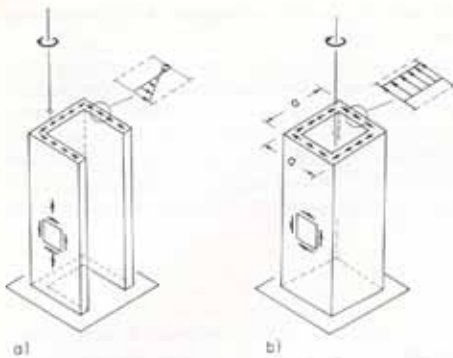


Bild 16. Schubspannungen infolge Torsionsbeanspruchung
a) im offenen Kern
b) im geschlossenen Kern

Fig. 16. Shear stresses due to torsional actions
a) in an open section core
b) in a closed section core

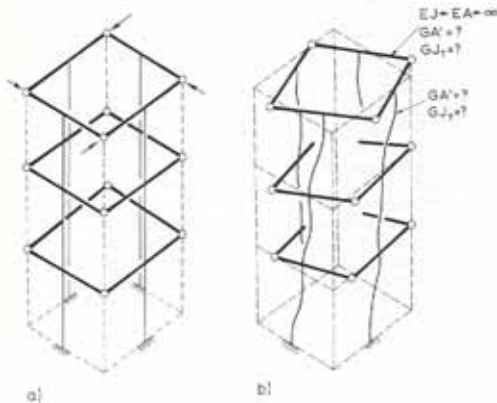


Bild 17. Geschlossener Kern mit quadratischem Querschnitt
a) äquivalentes Rahmenmodell und Belastung
b) verformtes Modell

Fig. 17. Core with quadratic closed cross section
a) equivalent frame model and loading
b) deformed frame model

lungsbalken gewählt werden. Um so geringer ist somit auch die Genauigkeit des äquivalenten Rahmenmodells, da die Modell-Torsionssteifigkeit im wesentlichen von der gegenseitigen Biegung der äquivalenten Flansch-Rahmenstiele abhängt. Zur Vergrößerung der Ungenauigkeiten des Rahmenmodells trägt hier auch die in Abschnitt 3.1 beschriebene, dem Modell inhärente „verkehrte Biegung“ verstärkt bei. Dies wird im Extremfall eines geschlossenen Kernes mit quadratischem Querschnitt unter Torsionsbelastung besonders deutlich (Bild 17). Während im realen Tragwerk die Querschnittsverdrehungen um die vertikale Achse ausschließlich den Schubdeformationen infolge der im Kernquerschnitt „zirkulierenden“ Schubspannungen zuzuschreiben sind (Bild 16b), stammen die entsprechenden Verdrehungen im äquivalenten Rahmenmodell allein aus der „verkehrten Biegung“ der äquivalenten Rahmenstiele zwischen den einzelnen Stockwerksebenen. (Wenn den Stielen eine endliche äquivalente Schubsteifigkeit zugeordnet wird, so liefert ihre Schubverformung einen zusätzlichen, jedoch kleinen Beitrag zur Gesamtverdrehung). Die Größe der nach dem Rahmenmodell berechneten Verdrehungen steht somit in keinem Zusammenhang – wie es eigentlich sein sollte – mit der Torsionssteifigkeit GJ_T des quadratischen Kernes, sondern hängt im wesentlichen von einer ganz anderen Größe

ab, nämlich von der Biegesteifigkeit EJ_S der äquivalenten Rahmenstiele, d.h. von der Biegesteifigkeit der einzelnen Wandschenkel. Sie besitzt also keinen physikalischen Sinn. So kommt es im Extremfall des geschlossenen quadratischen Kernes zum totalen Versagen des äquivalenten Rahmenmodells.

4 Alternativmodellierung mit finiten Flächenelementen

Aus den obigen Ausführungen wird klar, daß es sich beim äquivalenten Rahmen um ein Rechenmodell handelt, das im Prinzip nur zur Berechnung ebener Rahmen-Scheiben-Systeme mit relativ regelmäßiger Geometrie effektiv eingesetzt werden kann. Die Anwendung dieser Modellierungs-idee auf räumlich zusammengesetzte Wandscheiben und Hochhauskerne liefert annehmbare Ergebnisse allein bei offenen Kernen einfachen Querschnittes, und auch dies nur unter Beachtung bestimmter Eigenheiten des Modells. In allen anderen Fällen torsionsbeanspruchter Kerne führt sie meistens zu ungenauen, das Tragverhalten mehr oder weniger verfälschenden Ergebnissen. Bei den in der Praxis häufig vorkommenden halboffenen Kernen mit komplizierterem Querschnitt (Bild 13j-o) können die Abweichungen des Rahmenmodells von der korrekten elastischen Lösung enorme Dimensionen annehmen. Auch durch Verwendung von mehr oder weniger ausgeklügelten Rahmenmodellen lassen sich die Unzulänglichkeiten der Rahmen-Modellierung nicht vollständig beseitigen. So wird beispielsweise durch die Anordnung von äquivalenten Stielen in charakteristischen Punkten des Querschnittes, wie im Schwerpunkt oder Schubmittelpunkt (Bild 14f), oder sogar durch das Einfügen spezieller Fachwerkelemente [27], [28] nur in wenigen Spezialfällen eine akzeptable Genauigkeit erreicht. Nicht selten entstehen sogar Rahmenmodelle, die einem Prokrustesbett ähnlich den Kern zu einem mechanischen Tragverhalten zwingen, das mit dem wirklichen Tragverhalten wenig zu tun hat.

Bessere Ergebnisse versprechen Rahmenmodelle, bei denen die Kerne mit Hilfe von Balkenelementen mit sieben Freiheitsgraden pro Knoten diskretisiert werden. Der siebte Freiheitsgrad entspricht hierbei der dem Bimoment zugeordneten Verschiebungsgröße [49], [50], [51]. Solche finite Balkenelemente sind schon in speziellen Rechenprogrammen zur Analyse von Hochbauten implementiert worden [52]. Leider ist die Effektivität solcher Modellierungen in der Fachliteratur noch nicht ausreichend dokumentiert. Sieht man jedoch davon einmal ab, so verlangt ihre Anwendung eine gewisse Vertrautheit mit der Theorie der Wölbkrafttorsion und stellt somit eine nicht zu unterschätzende Forderung an den Praxisingenieur.

Seinen Erfolg verdankt das ursprünglich für ebene regelmäßige Wandscheiben entwickelte Rahmenmodell seiner Einfachheit und Transparenz. Seine Erweiterung auf räumlich zusammengesetzte Wandscheiben bringt dagegen keine Vorteile mit sich. Sie verlangt sogar unter Umständen genauso viele theoretische Kenntnisse wie etwa eine Berechnung mit finiten Flächenelementen. Im Gegensatz zu den verkomplizierten räumlichen Rahmenmodellen zweifelhafter Genauigkeit kann aber durch die finiten Elemente das elastische Verhalten von Kernen beliebiger Geometrie durchaus befriedigend wiedergegeben werden. Dies gilt insbesondere auch für die – hier nicht explizit betrachtete – dynamische Analyse von zusammengesetzten Wandscheiben, bei der die Schwächen des Rahmenmodells noch deutlicher als bei rein statischen Berechnungen an den Tag treten.

An dieser Stelle sollte nicht unerwähnt bleiben, daß für die Finite-Elemente-Berechnung von zusammengesetzten

Wandscheiben und Kernen neben den üblichen Scheiben-, Platten- und Schalenelementen auch noch andere zwei-dimensionale Elemente zur Verfügung stehen, die speziell für den Hochbau entwickelt worden sind [53]–[59]. Solche speziellen Elemente bringen unter Umständen große Vorteile in bezug auf Rechengenauigkeit und -ökonomie mit sich, wie etwa das in [57] beschriebene Scheibenelement, das den in den Wandscheiben auftretenden „shear-lag“-Effekt schon in seinen Ansatzfunktionen berücksichtigt. Die Anwendung solcher Elemente ist aber in der Praxis sehr begrenzt, da diese nur in sehr wenigen, nicht breit verfügbaren Rechenprogrammen implementiert sind.

Die Anwendung der Finite-Elemente-Methode in der täglichen Praxis kann natürlich nicht frei von Problemen sein [60], [61]. Sie verlangt nicht nur fundierte theoretische Kenntnisse, sondern gleichzeitig eine ausreichende Erfahrung im praktischen Einsatz von entsprechenden Finite-Elemente-Programmen [34], [35], [62]. Eine nicht unerhebliche Hilfe für den Praxis-Ingenieur stellen dabei die modernen, mit graphischen Vor- und Nach-Prozessoren ausgestatteten, benutzerfreundlichen und interaktiven Rechenprogramme dar, die den früher erforderlichen, sehr großen Mannstunden-Aufwand auf ein Minimum reduzieren. Auf leistungsstarken, superschnellen und heute im Preis trotzdem erschwinglichen Arbeitsplatzrechnern implementiert machen sie der Finite-Elemente-Methode den Weg zur täglichen Praxis frei. Sie sollte deswegen überall dort eingesetzt werden, wo andere Modellierungen – wie etwa das äquivalente Rahmenmodell – zu unzuverlässigen Ergebnissen führen können.

5 Zusammenfassung

Die Modellierung von räumlich zusammengesetzten, torsionsbeanspruchten Wandscheiben und Kernen mit Hilfe von äquivalenten Rahmen führt in den meisten Fällen zu ungenauen bis unannehmbaren Ergebnissen. Diese generelle Feststellung ergab sich aus dem Vergleich mit genaueren Berechnungen unter Verwendung finiter Flächenelemente. Die Unzulänglichkeiten des Rahmenmodells sind auf mehrere Ursachen zurückzuführen, die sich auch bei anspruchsvolleren Rahmenmodellierungen nicht immer aufheben lassen. Das einfache äquivalente Rahmenmodell, aufgestellt nach den ursprünglichen, auf räumlich zusammengesetzte Wandscheiben erweiterten Modellierungsregeln, liefert sehr oft genau so gute Ergebnisse wie andere, kompliziertere Rahmenmodelle. Es kann mit für die Praxis ausreichender Genauigkeit a) bei ebenen, relativ einfachen und regelmäßigen Wandscheiben und b) bei Kernen mit vorherrschender Biegebeanspruchung angewendet werden. Mit Vorsicht läßt es sich anwenden a) bei komplizierteren ebenen Wandscheiben, die aber keine allzu krasse Steifigkeitssprünge aufweisen, und b) bei torsionsbeanspruchten offenen und halb-offenen Kernen mit nur schwachen Kopplungsbalken und einfachem Querschnitt (z.B. U, L, T).

Nicht zu empfehlen ist die Verwendung von äquivalenten Rahmenmodellen im Falle von: a) gedungenen ebenen Wandscheiben und räumlich zusammengesetzten Tragwänden und Kernen mit einem Verhältnis von Wandhöhe zu Wandlänge kleiner als 3, b) ebenen Wandscheiben mit krasen Steifigkeitsänderungen (z.B. mit stark ungleichmäßig verteilten Öffnungen unterschiedlicher Größe), c) torsionsbeanspruchten offenen Kernen mit kompliziertem Querschnitt, d) torsionsbeanspruchten halb-offenen Kernen mit starken Kopplungsbalken und e) torsionsbeanspruchten geschlossenen Kernen. Wird in solchen Fällen trotzdem mit Rahmenmodellen gearbeitet, etwa weil keine anderen Rechenmöglichkeiten zur Verfügung stehen, so sind die Rechenergebnisse mit großer Vorsicht auszuwerten. Zur

weiteren Absicherung sollten mehrere Modellvarianten durchgerechnet werden.

In Anbetracht der Schwächen des Rahmenmodells sollte sich jedoch die Baupraxis, der heute leistungsstarke Arbeitsplatzrechner und interaktive „anti-black-box“-Rechenprogramme zur Verfügung stehen, stärker auf die Anwendung der Finite-Elemente-Methode orientieren, wenigstens in den Fällen, in denen das Tragverhalten von Tragwänden nicht durch einfache Rahmenmodelle befriedigend wiedergegeben werden kann.

Literatur:

- [1] Taranha, B. S.: Structural Analysis and Design of Tall Buildings. New York: McGraw-Hill 1988.
- [2] Paulay, T., and Goodier, W.: The capacity design of R.C. hybrid structures for multistorey buildings. Bull. of the N. Z. Nat. Soc. for Earth. Eng. 19 (1986), No. 1.
- [3] Coull, A.: Methods of Analysis in the Design of Tall Concrete and Masonry Buildings. In: Second Century of the Skyscraper, L. S. Beedle (ed.). New York: Van Nostrand Reinhold Co. Inc. 1988.
- [4] Beck, H.: Ein Beitrag zur Berechnung regelmäßig gegliedert Scheiben. Ing.-Archiv 26 (1958), S. 343.
- [5] Albige, M., et Goulet, J.: Contreventement des bâtiments. Annales de l'I.T.B.T.P., Série TMC/38, No. 149, 1960.
- [6] Rosman, R.: Beitrag zur statischen Berechnung waagrecht belasteter Querwände bei Hochbauten. Der Bauingenieur, 35 (1960), H. 4, S. 135–136 und 37 (1962), H. 1, S. 24–26.
- [7] Stafford-Smith, B., et al.: Generalized method for estimating drift in high-rise structures. ASCE J. of Struct. Eng. 110 (1984), No. 7, pp. 1549–1562.
- [8] Anastasiadis, K.: Analyse statique tridimensionnelle du contreventement des bâtiments. La méthode des trois pivots. Annales de l'I.T.B.T.P., Série TMC/288 (1987), No. 452.
- [9] Anastasiadis, K., und Avramidis, I. E.: Eine einheitliche Methode für die Berechnung gekoppelter Rahmen-Scheiben-Systeme mit elastischer Gründung. Die Bautechnik 65 (1988), H. 4, S. 127–140.
- [10] Rutenberg, A., et al.: Torsional analysis methods for perforated cores. ASCE J. Str. Eng. 112 (1986), No. 6, pp. 1207–1227.
- [11] MacLeod, I. A.: Lateral stiffness of shear walls with openings in tall buildings. In: Tall Buildings. London: Pergamon Press Ltd. 1967, pp. 223–244.
- [12] MacLeod, I. A.: Analysis of shear wall buildings by the frame method. Proc. Instn Civ. Engrs 55 (1973), pp. 593–603.
- [13] Schweighofer, J.: Ein Beitrag zum Windscheiben-Problem. Der Bauingenieur 44 (1969), H. 10, S. 370–373.
- [14] Schweighofer, J., and Micros, H. F.: Analysis of shear walls using standard computer programs. ACI Journal, Proceedings 66 (1969), No. 12, pp. 1005–1007.
- [15] Norm DIN 4118, Teil 1 – Bauten in deutschen Erdbebengebieten. Ausg. April 1981.
- [16] Avramidis, I. E.: Bewertung der Regelungen für die rechnerischen Exzentrizitäten in Erdbebennormen. Der Bauingenieur 65 (1990), H. 6, S. 254–256.
- [17] Heidebrecht, A. C., and Swift, R. D.: Analysis of asymmetrical coupled shear walls. ASCE J. Str. Div. 97 (1971), No. ST5, p. 1407.
- [18] MacLeod, I. A.: General frame element for shear wall analysis. Proc. Instn Civ. Engrs 61 (1976), Part 2, pp. 785–790.
- [19] MacLeod, I. A., et al.: Frame analysis of shear wall cores. ASCE J. Str. Div. 105 (1977), No. ST10, pp. 2037–2047.
- [20] MacLeod, I. A.: Structural analysis of wall systems. The Structural Engineer 55, (1977), No. 11, pp. 487–495.
- [21] Wilson, E. L., Dovey, H. H.: Three-Dimensional Analysis of Building Systems-TABS. Rep. No. EERC 72-8, Univ. of California, Berkeley, Dec. 1972.
- [22] Wilson, E. L., et al.: ETABS, The Three-Dimensional Analysis of Building Systems (Extended version). Rep. No. EERC 75-13, Univ. of California, Berkeley, April 1975.
- [23] Maison, B. F., Neuss, C. F.: SUPER-ETABS. An enhanced Version of the ETABS Program. Report to the Nat. Sc. Found., Berkeley, J. G. Bouwkamp Inc., 1983.
- [24] Guendelmann-Israel, R., Powell, G. M.: DRAIN-TABS, A Computer Program for Inelastic Earthquake Response of Three-Dimensional Buildings. Report No. UCB/EERC-77/08, Univ. of California, Berkeley, 1977.
- [25] Lew, I. P., Naroo, F.: Three-dimensional equivalent frame analysis of shear walls. Concrete International: Design & Construction 6 (1984), No. 4, pp. 25–30, 57.
- [26] Slipformed tower at inches per hour. Concrete International: Design & Construction 5 (1983), No. 10, pp. 25–30.
- [27] Stafford-Smith, B. and Abate, A.: Analysis of non-planar shear wall assemblies by analogous frame. Proc. Instn Civ. Engrs 71 (1981), Part 2, pp. 395–406.

- [28] *Stafford Smith, B., and Girgis, A. M.*: Simple analogous frames for shear wall analysis. *ASCE J. Str. Eng.* 110 (1984), No. 11, pp. 2655-2666.
- [29] *Stafford Smith, B., and Girgis, A. M.*: Deficiencies in the wide column analogy for shear wall core analysis. *Concrete International* (1986), pp. 58-61.
- [30] *Avramidis, I. E., et al.*: Vorteile und Mängel des äquivalenten Rahmen-Modells für Kerne von Stahlbetonhochhäusern (in griechisch). Proceedings of the 9th Greek Reinforced Concrete Conference, Kalamata, 1990, Bd. 1, S. 414-420.
- [31] *Rutenberg, A.*: Laterally loaded flexible diaphragm buildings. *ASCE J. Str. Eng.* 106 (1980), No. ST9, pp. 1969-1973.
- [32] *Roper, S. C., and Iding, R. H.*: Appropriateness of the rigid floor assumption for buildings with irregular features. Proc. of the 8th WCEE, San Francisco, 1984, pp. 751-758.
- [33] *Wilson, E. L.*: SAP80, Benutzerhandbuch. Berkeley, California: Computer & Structures Inc. 1984.
- [34] *Schweizerhof, K., et al.*: Modellprobleme bei zusammengesetzten Flächentragwerken. In: *Duddeck, H., und Rothert, H.* (Hrsg.), Baustatik-Baupraxis-Tagung der Lehrstühle und Institute für Statik, Hannover 1990, Tagungsheft BB4, S. 10.1-10.20.
- [35] *Ramm, E., et al.*: Problemfälle bei FE-Modellierungen. In: *Duddeck, H., und Rothert, H.* (Hrsg.), Baustatik-Baupraxis-Tagung der Lehrstühle und Institute für Statik, Hannover 1990, Tagungsheft BB4, S. 9.1-9.24.
- [36] *Poland, C. D.*: Practical application of computer analysis to the design of reinforced concrete structures for earthquake forces. In: *American Concrete Institut Publication SP-65* (1978), Detroit, pp. 409-436.
- [37] *Thomas, D. L., et al.*: Timoshenko beam finite element. *J. of Sound and Vibration* 31 (1973), 3, pp. 315-330.
- [38] *Onu, G.*: Inclusion of shear effect in the ACM element. *Computers & Structures* 18 (1984), 3, pp. 459-464.
- [39] *Anastasiadis, K.*: Caractéristiques élastiques spatiales des bâtiments à étages. *Annales de l'I.T.B.T.P., Serie TMC* (1985), No. 435.
- [40] *Tso, W. K., and Cheung, Y. W.-T.*: Decoupling of equations of equilibrium in lateral load analysis of multistorey buildings. *Computer & Structures* 25 (1986), No. 5, pp. 679-684.
- [41] *Avramidis, I. E., et al.*: Microcomputer-Based 3D-Analysis of Mixed-Multistorey Buildings with Elastically Supported Shear Walls. Proc of the 8th European Conf. on Earthq. Engng, Lisbon, Portugal, 1986.
- [42] *Michael, D.*: The effect of local wall deformations on the elastic interaction of core walls coupled by beams. In: *Tall Buildings*. Oxford: Pergamon Press, 1967, pp. 253-270.
- [43] *Petersson, H.*: Analysis of Load Bearing Walls in Multistorey Buildings. Chalmers University of Technology, Dissertation No. 144, Göteborg 1974.
- [44] *Muto, K.*: Seismic Design Analysis of Buildings. Tokyo: Maruzen Co., Ltd. 1974, Kap. 6 & 7.
- [45] *Cernay, L., and Leon, R.*: Column-supported shear walls. In: *Narayanan, R.* (ed.): *Concrete Framed Structures*, London/New York: Elsevier Applied Science Publishers 1984, Chapt. 7.
- [46] *Kollbrunner, C. F., and Basler, K.*: *Torsion in Structures*. New York: Springer-Verlag 1969.
- [47] *Anastasiadis, K.*: Erdbebensichere Konstruktionen, Thessaloniki/Griechenland: Computer Technics 1989 (in griechisch).
- [48] *Xenidis, H.*: Systematische Untersuchung äquivalenter Rahmenmodellierungen gemischter Aussteifungssysteme des Stahlbetonhochbaues. Zur teilweisen Erfüllung der Promotionsvoraussetzungen eingereichte Dissertation, Fachbereich Bauingenieurwesen, Aristoteles Universität von Thessaloniki, Griechenland, 1991, (in griechisch).
- [49] *Heidebrecht, A. C., Swift, P. D.*: Analysis of asymmetrical coupled shear walls. *ASCE, J. Str. Div.* 97 (1971), No. ST5, p. 1407.
- [50] *Taranath, B. S.*: Analysis of interconnected open section shear wall structures. *ASCE, J. Str. Div.* 101 (1975), No. ST11, 2367-2384.
- [51] *Waldon, P.*: Equivalent beam analysis of thin-walled beam structures. *Computers & Structures* 26 (1987), No. 4, 609-620.
- [52] *Cao Li*: TAP-86: A three-dimensional frame analysis program for tall buildings. *Computers & Structures* 32 (1989), No. 5, 953-962.
- [53] *Goodno, B. J., and Gere, J. M.*: Analysis of shear cores using super-elements. *ASCE, J. Str. Div.* 102 (1976), o. ST1, p. 267.
- [54] *Danay, A.*: A general element for analysis of asymmetric multi-storey buildings with varying cross-section. *Building and Environment* 11 (1976), 57-67.
- [55] *Cheung, Y. K., and Swaddwudhipong, S.*: Analysis of frame shear wall structures using finite strip elements. *Proc. Inst. Civ. Eng. (Part 2)* 65 (1978), No. 8116, 517-535.
- [56] *Chan, H. C., and Cheung, Y. K.*: Lateral and torsional analysis of spatial wall systems using higher order elements. *The Structural Engineer* 58B (1980), No. 5, 67-70.
- [57] *Deschappelles, B.*: A hybrid 8 DOF plane stress element for the analysis of non-planar shear walls. In: *Beedle, L. S.* (ed.): *High-Rise Buildings: Recent Progress*. Bethlehem: Council on Tall Building 1986, Lehigh University, Bethlehem, Pennsylvania USA, 217-243.
- [58] *Chang-Koon Choi, and Myung-Suk Bang*: Plate element with Cutout for perforated shear wall. *ASCE, J. Str. Div.* 113 (1987), No. 2, 295-306.
- [59] *Allenbach, J., und Zwick, M.*: Ein finites Stabschalenelement für die Strukturanalyse dünnwandiger Konstruktionen. In: *Wunderlich, W., und Stein, E.* (Hrsg.), *Finite Elemente. Anwendungen in der Baupraxis*. Berlin: Ernst & Sohn 1988, 213-225.
- [60] *Polónyi, S., und Royer, E.*: Zuverlässigkeitsbetrachtungen und Kontrollmöglichkeiten (Prüfung) zu praktischen Berechnungen mit der Finite-Elemente-Methode. *Die Bautechnik* 52 (1975), H. 10, S. 374-384.
- [61] *Krüplin, B.*: Modellieren mit finiten Elementen. In: *Wunderlich, W., und Stein, E.* (Hrsg.): *Finite Elemente. Anwendungen in der Baupraxis*. Berlin: Ernst & Sohn 1988, S. 15-32.
- [62] *Bomhard, H.*: Die Finite-Element-Methode und die Baupraxis. In: *Wunderlich, W., und Stein, E.* (Hrsg.): *Finite Elemente. Anwendungen in der Baupraxis*. Berlin: Ernst & Sohn 1985, 34-49.